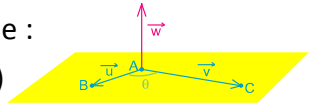
Géométrie dans l'espace

Produit Scalaire	Produit Vectoriel	Déterminent
* $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ * Si $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ * Si $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$ alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos\left(\vec{u}, \vec{v}\right)$ * $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot \vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = xx' + yy' + zz'$. $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	* Soient $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, alors $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$. Si non alors $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{w}$ tel que : a/ $\vec{w}$ est normal au plan (ABC)  b/ $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est une base directe c/ $\|\vec{w}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \left\|\sin\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)\right\|$ * $\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} x & x' \\ z & z' \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} \vec{k}$ $= (yz' - zy')\vec{i} - (xz' - zx')\vec{j} + (xy' - yx')\vec{k}$	* $\det\left(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right) = \left(\vec{u} \wedge \vec{v}\right) \cdot \vec{w}$ $= \left(\vec{w} \wedge \vec{u}\right) \cdot \vec{v}$ $= \left(\vec{v} \wedge \vec{w}\right) \cdot \vec{u}$ * $\det\left(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right) = \begin{vmatrix} x & x' & x'' \\ y & y' & y'' \\ z & z' & z'' \end{vmatrix}$ $= x \begin{vmatrix} y' & y'' \\ z' & z'' \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} x' & x'' \\ z' & z'' \end{vmatrix} + z \begin{vmatrix} x' & x'' \\ y' & y'' \end{vmatrix}$
* $\vec{u} \perp \vec{v}$ sssi $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ * $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$ * $(\alpha \vec{u}) \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot (\alpha \vec{v}) = \alpha (\vec{u} \cdot \vec{v}). \alpha \in \mathbb{R}$ * $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$	* $\vec{u} // \vec{v}$ sssi $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$ * $\vec{u} \wedge \vec{u} = \vec{0}$ et $\vec{u} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{u}$ * $(\alpha \vec{u}) \wedge \vec{v} = \vec{u} \wedge (\alpha \vec{v}) = \alpha (\vec{u} \wedge \vec{v})$ * $(\vec{u} + \vec{v}) \wedge \vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{w} + \vec{v} \wedge \vec{w}$ * $\vec{w} \wedge (\vec{u} + \vec{v}) = \vec{w} \wedge \vec{u} + \vec{w} \wedge \vec{v}$	* $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires sssi $\det\left(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right) = 0$. * A, B, C, D sont coplanaires sssi $\det\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right) = 0$. * $\left(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right)$ base directe sssi $\det\left(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right) = 1$.

****

Droites	Plans
* La représentation paramétrique de (D) est : $D\left(A, \vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}\right) : \begin{cases} x = x_A + \alpha\, a. \\ y = y_A + \alpha\, b. \\ z = z_A + \alpha\, c. \end{cases}$ (α paramètre réel).	* Les équations paramétriques de $P\left(A, \vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \vec{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}\right)$ est $\begin{cases} x = x_A + \alpha\, a + \beta\, a'. \\ y = y_A + \alpha\, b + \beta\, b'. \\ z = z_A + \alpha\, c + \beta\, c'. \end{cases}$ (α, β paramètres) * Trois points A, B et C <u>non alignés</u> de l'espace définis le plan (ABC) : $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn